

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ФИЗИЧЕСКОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Орлов Алексей Вениаминович

кандидат технических наук, доцент

Стерлитамакский филиал БашГУ, г. Стерлитамак

Аннотация. В статье рассматриваются погрешности прямых, косвенных и единичных измерений, а также способы их расчета

Ключевые слова: физический эксперимент, измерение, прямое измерение, косвенное измерение, единичное измерение, расчет погрешностей

Одним из основных способов познания окружающего мира является эксперимент. В общем случае под физическим экспериментом понимают воспроизведение физического явления в лабораторных условиях. При этом основная цель физического эксперимента – получение количественных характеристик изучаемого явления. Поэтому в основе физического эксперимента всегда лежит процесс измерения, то есть сравнение изучаемой величины с эталоном. Процесс измерения даже в наиболее простых случаях производится неточно, то есть в процессе измерения возникают ошибки [1]. Эти ошибки связаны с множеством факторов, в том числе и с особенностями самого экспериментатора. Поэтому учет ошибок измерения представляется весьма тонкой операцией и эта задача успешно решается только экспериментаторами, имеющими солидный опыт [2].

В настоящее время физиками накоплен богатый материал по оценке погрешностей результатов физического эксперимента, представляющий значительный интерес для экспериментаторов из других областей человеческого знания. Некоторые приемы оценки погрешностей непосредственно могут быть перенесены и на другие эксперименты.

Основные характеристики измерительных систем

Любая измерительная система обладает такими важнейшими метрологическими характеристиками как чувствительность, разрешающая способность и динамический диапазон [3].

Чувствительностью системы S называют отношение $S=y/x$, где x – сигнал на входе измерительной системы, y – выходной сигнал. Т.к. часто чувствительность непостоянна в пределах возможного диапазона измеряемой величины, используют понятие *дифференциальной чувствительности* $S_{\text{диф}}=dy/dx$. Например, при подаче напряжения $x=20$ мВ на отклоняющие пластины осциллографа наблюдается смещение луча на экране на $y=5$ см. Чувствительность осциллографа в этом случае $S=5/20=0,25$ см/мВ. Не менее часто на практике используют

обратную величину 4 мВ/см.

Разрешающей способностью называют отношение $R=x/x_{\min}$, где $x_{\min}$ – минимальное значение входного сигнала, которое может быть обнаружено. Если предположить, что $x_{\min}$ является константой во всем диапазоне измеряемых значений x , то разрешающая способность возрастает в области больших x .

Динамический диапазон D измерительной системы, определяемый как $D=x_{\max}/x_{\min}$, определяет ширину области, в которой сигналы могут быть измерены. Обычно максимальное значение входного сигнала определяется величиной нелинейных искажений, возникающих в случае больших сигналов на входе.

Источники ошибок. Типы ошибок

Измерения – это всегда сравнение измеряемой величины с эталоном [4]. Измерить – значит узнать, сколько раз в данной величине укладывается единица меры, установленная системой единиц. Отдельные единичные измерения называются наблюдениями. Любое измерение связано с многократным сравнением исследуемой величины с измерительным прибором, тем или иным способом, сверенным с эталоном. При этом результат зависит от совершенства прибора, методики и навыков экспериментатора и т.п. Даже при неизменных условиях опыта, результаты наблюдения окажутся разными. Еще больший разброс данных получается при проведении опыта в изменяющихся условиях.

Разность между намеренным $x_{\text{изм}}$ и истинными значениями $x_{\text{ист}}$ и называют *абсолютной ошибкой* измерения

$$\Delta x = |x_{\text{изм}} - x_{\text{ист}}|.$$

Абсолютную ошибку называют еще погрешностью измерения или погрешностью измеряемого значения величины x . Результат измерения указывается вместе с погрешностью

$$x = x_{\text{изм}} \pm \Delta x.$$

Эту запись следует понимать как неравенство:

$$x_{\text{изм}} - \Delta x \leq x \leq x_{\text{изм}} + \Delta x.$$

Величину $\Delta x/x$ называют *относительной погрешностью*. Следует заметить, что истинное значение измеряемой величины $x_{\text{ист}}$ здесь предполагается известным. Это справедливо, может быть, только при выполнении тех лабораторных работ, когда измеряемую величину можно найти в справочнике. При любых измерениях, а особенно при проведении научного эксперимента, истинное значение измеряемой величины $x_{\text{ист}}$ заранее неизвестно.

В чем же причина появления ошибок измерения? Всем известно, что все приборы дают не вполне точные показания из-за ошибок, допущенных при изготовлении и градуировке, из-за

трения между подвижными частями, усталости упругих элементов (пружин и подвесок), влияния температуры, электрических и магнитных полей – это все ошибки инструментов, приборов, применяемых при измерении физической величины. Ошибки измерения возникают из-за неполноты теоретической модели, описывающей изучаемое явление, то есть из-за недостатка знаний с самой измеряемой величине или о процессах, происходящих при измерении. Имеются также ошибки, связанные с неточностью органов чувств и мышечного аппарата наблюдателя. Это ошибки отсчитывания показаний по шкале прибора и ошибки, вызванные неидеальным выполнением процедуры измерения.

Среди ошибок особо выделяют *грубые ошибки* или *промахи*. Они возникают вследствие неисправности прибора или невнимательности наблюдателя. Типичными примерами промахов являются, например, отсчет не по тому концу корпуса, ошибка на целый оборот барабана микрометра (0,5 мм), неверный подсчет гирь при взвешивании. Ошибки такого рода возникают гораздо чаще, чем можно было бы ожидать. Результат измерения, содержащего промах, не должен учитываться при обработке данных.

По характеру проявления в эксперименте ошибки можно разделить на случайные и систематические. *Случайными* называют ошибки, которые при многократных повторениях опыта изменяются нерегулярным, непредсказуемым образом, приводя к разбросу измеренных значений относительно среднего значения измеряемой величины. *Систематическими* называют ошибки, которые при повторении измерений тем же методом в неизменных условиях повторяются, не изменяясь ни по величине, ни по знаку, либо изменяются закономерно, в зависимости от каких-то факторов.

Согласно ГОСТу по степени точности электроизмерительные приборы делятся на семь классов: 0,1; 0,2; 0,5; 1; 1,5; 2,5; 4.

Показатель класса определяет приведенную погрешность в процентах

$$\varepsilon_n = (\Delta\alpha / \alpha_{\text{пр}}) \cdot 100\%,$$

где $\alpha_{\text{пр}}$ – наибольшее значение измеряемой величины по шкале прибора. Например, при измерении силы тока амперметром класса 0,5 со шкалой 3А абсолютная погрешность в определении величины тока составит: $\Delta\alpha = \varepsilon_n \cdot \alpha_{\text{пр}} / 100\%$, то есть $\Delta I = \pm 3 \cdot 0,5 / 100 = \pm 0,015 \text{ А}$. И это тоже систематическая ошибка, обусловленная неточностью самого прибора. Но относительная погрешность измерения будет меняться в зависимости от измеряемой величины

$$\varepsilon_{\text{изм}} = \Delta\alpha / \alpha_{\text{изм}} \quad \text{т.о.} \quad \varepsilon_{\text{изм}} = \Delta I / I_{\text{изм}},$$

где $I_{\text{изм}}$ – величина тока в данный момент в цепи.

Разделение ошибок на систематические и случайные условно. Многие виды

систематических ошибок могут оставаться неизменными в одной серии опытов, но изменяются при повторении эксперимента в другой лаборатории на других приборах. Так, например, при измерении сопротивления проволоки определенной длины поддерживаются постоянными ток и температура комнаты, где проводится измерение. При этом предполагается, что сохраняется постоянная и температура проволоки. Но это может быть и неверно, если из-за различного расположения окружающих предметов в разных опытах меняется теплоотдача проволоки. В зависимости от того, установлена ли эта связь, разброс данных будет воспринят как появление случайной или систематической ошибки.

Основной путь для выявления систематических ошибок – тщательный анализ условий эксперимента, применяемой методики, теории. Очень важно также проводить измерения в разных условиях, по возможности в широких пределах, меняя все поддающиеся изменению параметры с тем, чтобы вызвать изменение величины систематических ошибок. Различая закономерности в полученных результатах, можно в некоторых случаях выявить эти ошибки. Если найдена причина систематической ошибки, то в некоторых случаях можно эту ошибку устранить, меняя методику эксперимента. Если удастся оценить величину систематической ошибки, эта ошибка перестает быть ошибкой и может быть устранена введением поправки в результат измерения.

Случайные ошибки вызываются *неконтролируемыми*, изменяющимися от опыта к опыту *причинами*. Они проявляются при совместном действии очень большого числа независимых причин, каждая из которых оказывает ничтожно малое влияние на результат измерения, и только в совокупности эти причины дают заметный эффект. Полная погрешность измерения равна

$$\Delta x = \pm \sqrt{\Delta x_{\text{сист}}^2 + \Delta x_{\text{случ}}^2} .$$

Расчет погрешностей прямых измерений

Прямые измерения – это такие, которые дают числовые значения измеряемой физической величины непосредственно из опыта. Например, измеряя время, массу, длину, можно получить сразу величину в соответствующих единицах измерения.

Алгоритм расчета погрешностей прямых измерений можно рассмотреть на примере определения высоты цилиндра, основания которого непараллельны, с помощью штангенциркуля с точностью до 0.1 мм. Систематическая ошибка отсчета при этом будет равна половине точности прибора δ . Проведя серию замеров, определяя высоту цилиндра с разных сторон, можно получить несколько значений высоты в мм: $x_1, x_2, \dots, x_n$. Затем следует определить среднеарифметическое значение этой физической величины

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}.$$

При этом абсолютная погрешность каждого измерения

$$(\bar{x} - x_1); (\bar{x} - x_2); \dots (\bar{x} - x_n).$$

На следующем этапе подсчитывается среднее значение квадрата отклонения x_i от $\bar{x}$

$$\overline{\Delta x^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2.$$

Эта величина называется *дисперсией* результата наблюдения.

После этого следует вычислить среднеквадратическую ошибку

$$S_{\alpha, \bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}},$$

где α – доверительная вероятность или коэффициент надежности. Она обозначает вероятность того, что измеренное значение попадает в интервал от $\bar{x} - \Delta x$ до $\bar{x} + \Delta x$, который называется *доверительным интервалом*. Необходимая степень надежности зависит от поставленной цели. Так, в данном примере можно использовать коэффициент надежности 0,9.

Из соответствующих справочников следует выбрать коэффициент Стьюдента $t_{n,\alpha}$ для заданного коэффициента надежности α и числа измерения n . Коэффициент Стьюдента вычисляется по законам теории вероятностей и позволяет внести поправку на ограниченный объем экспериментального материала.

После этого вычисляется величина случайной ошибки

$$\Delta x_{\text{случ.}} = t_{\alpha, n} S_{\alpha, \bar{x}}.$$

Если величина случайной ошибки окажется сравнимой с величиной систематической ошибки, то в качестве доверительного интервала надо взять

$$\Delta x = \pm \sqrt{\Delta x_{\text{сист}}^2 + \Delta x_{\text{случ}}^2} = \pm \sqrt{\left(\frac{t_{\alpha, \infty} \delta}{3}\right)^2 + (t_{\alpha, n} \cdot S_{\alpha, \bar{x}})^2},$$

где δ – величина погрешности прибора, $t_{n, \infty}$ – коэффициент Стьюдента при бесконечно большом числе измерений и том же коэффициенте надежности α .

Окончательный результат

$$x = \bar{x} \pm \Delta x.$$

После этого относительная погрешность

$$\varepsilon = \pm \frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%.$$

Расчет погрешностей косвенных измерений

Как правило, при проведении современного эксперимента редко обходятся только прямыми измерениями, чаще косвенные измерения комбинируются с серьезными методами обработки экспериментальных данных и вычислительными процедурами [3]. Поэтому немаловажно представлять себе, в каком месте в результат измерений вносятся погрешности, можно ли их контролировать, анализировать и устранять.

Если при проведении эксперимента физическая величина $z=f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ не определяется непосредственным измерением, а вычисляется после подстановки результатов прямых измерений $x_1, x_2, \dots, x_n$, которыми выражается измеряемая величина, то ее погрешность зависит от величин погрешностей отдельных измерений. Для каждой серии измерений величин, входящих в определение искомой, проводится обработка по вышеописанной методике при одном значении надежности α .

Оценка границы доверительного интервала для результата косвенных измерений осуществляется следующим образом

$$\pm \Delta z = \pm \Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \Delta x_1^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \Delta x_n^2},$$

где производные $\left. \frac{\partial f}{\partial x_n} \right|_{x_n = \bar{x}_n}$ вычисляются при средних значениях величин.

Тогда окончательный результат записывается в виде

$$z = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_n) \pm \Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Относительная ошибка при этом составит

$$\varepsilon = \pm \frac{\Delta f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n)} \cdot 100\%.$$

Следует отметить, что при расчете ошибки косвенного измерения абсолютные ошибки прямых измерений суммируются. В таблице ниже даны примеры упрощенных способов вычисления абсолютной и относительной погрешности физической величины.

Измеряемая величина	Абсолютная погрешность величины	Относительная погрешность величины
$y = A + B + C$	$\pm(\Delta A + \Delta B + \Delta C)$	$\pm \frac{\Delta A + \Delta B + \Delta C}{A + B + C}$
$y = A - B$	$\pm(\Delta A + \Delta B)$	$\pm \frac{\Delta A + \Delta B}{(A - B)}$
$y = (A \cdot B) \cdot const$	$\pm(A\Delta B + B\Delta A) \cdot const$	$\pm \left(\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} \right)$
$y = \left(\frac{A}{B} \right) \cdot const$	$\pm(A\Delta B + B\Delta A) / B^2$	$\pm \left(\frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B} \right)$
$y = A^n$	$\pm n A^{n-1} \Delta A$	$\pm n \frac{\Delta A}{A}$
$y = \sqrt[n]{A}$	$\pm \frac{1}{n} A^{\frac{1}{n}-1} \Delta A$	$\pm \frac{1}{n} \frac{\Delta A}{A}$
$y = \sin A$	$\pm (\cos A) \Delta A$	$\pm (\operatorname{ctg} A) \Delta A$

Расчет погрешностей единичных измерений

Если погрешность, даваемая прибором, больше погрешности отдельных измерений, достаточно ограничиться одним измерением. В этом случае абсолютная погрешность устанавливается по точности, даваемой прибором; абсолютная погрешность берется равной половине точности прибора. Например, если цена деления термометра 0.2°C , то абсолютную погрешность следует брать 0.1°C . Точность прибора обычно указывают на нем самом, она меньше цены деления его шкалы.

Табличные значения физических величин, входящих в формулы, всегда даются с той или иной степенью точности. Точность табличных значений обычно выше точности величин, измеряемых в лабораторных испытаниях. Поэтому при использовании табличных данных их можно округлять так, чтобы точность их не превышала точности измеряемых величин. Абсолютную погрешность табличной величины следует принимать равной пяти единицам разряда, следующего за последней (оставленной) значащей цифрой табличной величины.

При всех арифметических действиях над приближенными числами в окончательном результате надо сохранять столько десятичных знаков, сколько их имеют данные с наименьшим числом десятичных знаков.

Список литературы:

1. Галиев А.Л., Орлов А.В., Юмагулов Н.И. Об одном способе реализации измерительного

генератора заданной мощности // Актуальные проблемы науки и образования в современном вузе: сборник трудов IV Международной научно-практической конференции, Республика Башкортостан, г. Стерлитамак, 23 – 25 мая 2019 г. Т. I. / Отв. ред. А.Л. Галиев. – Стерлитамак: Стерлитамакский филиал БашГУ, 2019. – С. 365-372 (631 с.).

2. Попов В.С. Способы оценки погрешностей измерения и средств измерения // Датчики и системы. – 2008. – №2. – С. 23-25.
3. Стариковская С.М.. Физические методы исследования. Семинарские занятия. 1. Учет погрешностей при обработке результатов измерений: Учебно-методическое пособие. – М: МФТИ, 2003. – 25 с.
4. Степанова Е.А., Скулкина Н. А., Волегов А. С. Основы обработки результатов измерений: учеб. Пособие. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 95 с.